## Exercice 1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux en justifiant

1)La fonction $x \longmapsto xE(x)$ est continue en 0

2)Si une fonction $h$ définie sur un intervalle $[a;b]$et $h(a) \times h(b) < 0$ ,alors l'équation $h(x) = 0$ admet dans $[a;b]$ au moin une solution .

3)Soient $\vec{u}$ $et$ $\vec{v}$ deux vecteurs ,si $\|\vec{u}\|^2 = \|\vec{v}\|^2$ $alors$ $\vec{u} = \vec{v}$ $ou$ $\vec{u} = -\vec{v}$

4)A,B,C et D quatre points deux à deux distincts du plan, si $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ alors (AB) $\perp (CD)$

## Exercice 2 (7 points)

Soit la fonction $f$ définie par $f(x) = \dfrac{1}{x} + \sqrt{2-x}$

1 ) a ) Déterminer l'ensemble $D_f$ de définition de $f$ .

b) Etudier la continuité de $f$ sur son domaine de définition .

c ) Vérifier que pour tout réel $x$ de l'intervalle $]0;2]$, $f(x) > 0$.

2 )a)Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution α dans $[-1, -\frac{1}{2}]$

b)Vérifier que pour tout réel $x < 0$ on a : $x^2 + (\alpha - 2)x + \alpha^2 - 2\alpha > 0$

c)Montrer que $2\alpha^2 - \alpha^3 = 1$

d)Montrer alors que pour tout $x \in ]-\infty; 2] \setminus \{0\}$ , on a: $f(x) = \dfrac{(\alpha - x)(x^2 + (\alpha-2)x + \alpha^2 - 2\alpha)}{x\left(x\sqrt{2-x} - 1\right)}$

e )Déduire le signe de $f(x)$ sur $D_f$

3 ) Soit la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $\begin{cases} g(x) = f(x) \quad si \quad x < -2 \\ g(x) = xE(x) - \dfrac{5}{2} \quad si \; -2 < x < 0 \\ g(x) = x^3 + 2x^2 - \dfrac{5}{2} \quad si \; x \geq 0 \end{cases}$

$3 - \frac{5}{2}$

a) $g$ est-elle prolongeable par continuité en $-2$ ? justifier votre réponse.

b) Etudier la continuité de $g$ en $-1$ et en 0.

c)Calculer $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{g(x) - g(1)}{\sqrt{x^2 + 3} - 2}$

d)Montrer que $g(-\alpha) = -\dfrac{3}{2}$

## Exercice 3 (3.5 points)

Le plan est orienté dans le sens direct.

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=4 et $\left(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{CB}}\right) \equiv \frac{92\pi}{3}[2\pi]$

1)Vérifier que $\left(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}}\right) \equiv \frac{-\pi}{3}[2\pi]$ puis construire ce triangle.

2) Construire le point D et E tel que ABD et AEC soient deux triangles équilatéraux indirect.

3)a) Montrer que BCE est un triangle rectangle en C.

b)Montrer que $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{DA}$.

c) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $\left(\widehat{\overrightarrow{MC};\overrightarrow{AB}}\right) + \left(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{MA}}\right) \equiv 0[2\pi]$

## Exercice 4 (6.5 points)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$ ; $BC = 8$ et $AC = 4\sqrt{3}$

1) a) Vérifier que ABC est un triangle rectangle en A

b ) Montrer que $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{3}$

2) Soient I le milieu de [AC] et H le projeté orthogonal de A sur (BC)

a) Calculer BH

b) En déduire que H le barycentre de deux points pondérés (B, 3) et (C, 1)

c)Calculer $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{HB}$ et $\overrightarrow{HI}.\overrightarrow{HC}$

3) Soient dans le plan P les ensembles des points suivants :

$$\varphi = \{M \in P \ tq \ 3MB^2 + MC^2 = 96\} \ et \ \Delta = \left\{M \in P \ tq \ AM^2 = \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{HM}\right\}$$

a)Vérifier que $A \in \varphi \cap \Delta$ .

b)Montrer que $I \in \varphi$.

c) Montrer que φ est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

d) Montrer que Δ est la droite tangente à φ en A